MIQUEL PUIG

Transmisión de Información y precios en mercados especulativos

I. INTRODUCCION

Este artículo estudia cómo los agentes que participan en mercados especulativos transmiten y reciben información a través de los precios. El modelo que aquí se presenta es una alternativa al que se ha venido usando en una cierta bibliografía de las Expectativas Racionales.

Esta bibliografía parte de a) el conocido artículo de Muth (1960) que introdujo la regla de formación "racional" de expectativas, una regla que usaba –o actuaba como si usara– el mismo modelo económico que determina los precios reales, y b) del artículo de Luchas (1972), donde el mencionado modelo podía ser usado, invirtiendolo, para deducir de la observación de un precio el estado de variables exógenas inobservables (y cuyo conocimiento era relevante por algún motivo).

La inversión del artículo de Lucas era interesante porque el autor suponía que la variable exógena presentaba correlación serial, y por tanto que el conocimiento de su valor actual podía ser útil para efectuar predicciones. La bibliografía en la cual estamos aquí interesados, sin embargo, supone una situación muy diferente. Esta es que la formación de los precios es simultánea a la formación de las expectativas que los determinan; supuesto que implica dos condiciones: a) que no es necesario tomar decisiones irreversibles previamente a la apertura del mercado (como sucedería en un mercado de producción), y b) que los precios se forman a través de un proceso de tanteo walrasiano, lo cual hace coincidir la expectativa del precio con su esperanza matemática (esta es la condición de equilibrio, introducida por Green, 1973).

Esta última condición tiene una serie de consecuencias teóricas que han sido desarrolladas esencialmente en una serie de artículos por Green (1973), Grossman (1976, 1977, 1981) y Grossman y Stiglitz (1976, 1980). La principal característica de los modelos que allí se presentan, y también la más insatisfactoria, es que la inversión del modelo tiene lugar instantáneamente, lo que obliga a Grossman (1976, 1979) ha hablar explícitamente de un proceso de tanteo walrasiano.

Para aclarar este punto supongamos que hay dos tipos de agentes operando en un mercado, los primeros están "informados" y los demás no. El mercado es un mercado a futuros y los agentes informados saben algo sobre el precio futuro que los otros ignoran. Todos los agentes conocen el mecanismo de formación de precios, bien explícitamente (el modelo económico con ofertas, demandas, etc.) o bien implícitamente (el proceso ha tenido lugar tantas veces que los agentes han deducido funciones de densidad condicionales entre las variables observables y las futuras).

La *información que el primer grupo posee determinará su propio* comportamiento (comprar o vender, y cuánto) y éste afectará el precio del mercado de futuros. Los agentes no informados observan este precio y deducen el comportamiento del otro grupo, y posiblemente también la información que aquéllos poseen. Este fenómeno es la "inversión", el paso de los precios observables a las expectativas que los han determinado. La inversión puede ser perfecta o imperfecta, y esto último si hay "ruido" en el mercado, esto es, alguna otra variable no observable para los agentes no informados que también afecta al precio. El problema teórico aparece cuando el modelo permite que los agentes no informados reaccionen a esta nueva información simultáneamente a la formación del precio, de tal manera que no se den transacciones al primer precio, sino que todas tengan lugar al de equilibrio, cuando este grupo posee parte o toda la información del otro.

El resultado fundamental de suponer esta inversión simultánea es que el valor privado de la información cae proporcionalmente a su transmisión al resto de los agentes, desapareciendo totalmente si no hay ruido en absoluto. Esto suscita el problema de los incentivos a la adquisición de información costosa.[1] Sobre esto ver Grossman (1977) y Grossman y Stiglitz (1976, 1980).

Este artículo trata de mostrar que esta conocida paradoja depende crucialmente de la existencia de un proceso de tanteo walrasiano en la

1. Aunque la situación pueda parecer que da origen a un comportamiento estratégico por parte de los informados para engañar a los que no lo están, es fácil probar que si estos últimos agentes siguen contínuamente su función de demanda óptima, la subasta sólo puede finalizar en el punto en que los informados revelan toda su información.

formación del precio, y por tanto que debería ser considerada como una propiedad de los modelos que incorporan este supuesto, y no de los precios de equilibrio competitivos.

Hay al menos tres maneras de resolver la paradoja. La solución habitual ha sido la introducción de ruido en los modelos, lo cual impide a los agentes deducir toda la información a partir de los precios. Una segunda solución podría ser la existencia de un coste de participación en el cual incurrirían los participantes en el mercado. Por último, una tercera solución es la presentada en el apartado II. Esta solución trata de destacar que en ausencia del proceso walrasiano la paradoja no tiene lugar. La diferencia crucial con el modelo habitual es el supuesto de que los precios no se forman fuera de las transacciones, y por tanto que los observadores de un precio no pueden tomar parte en la transacción que tiene lugar a ese precio. Por tanto, la estructura del modelo es tal que los agentes no informados tienen que elegir entre contratar antes de aprender nada sobre la información de los otros o contratar después de haber observado los precios de las transacciones realizadas por parte de los agentes informados, esto es, una vez que estas transacciones han tenido lugar.

II. Un modelo alternativo

Supongamos el mercado de un bien almacenable ("trigo") que es producido en un determinado momento y es consumido durante un periodo de tiempo, que representamos por tres mercados consecutivos. En los primeros dos el stock es vendido por los productores. Un grupo de especuladores compra parte del stock en estos dos mercados para venderlo en el tercero. Formalmente:

$$Q = Q_1 + Q_2 \tag{1}$$

$$Q_1 - I_1 = h_3 + h_4 P_1 \qquad h_4 < 0 \tag{2}$$

$$Q_2 - I_2 = h_3 + h_4 P_2 \qquad h_4 < 0 \tag{3}$$

$$P_3 = h_0 + h_1 (I_1 + I_2) + h_2 \omega \tag{4}$$

$$\omega = \sigma + \xi \quad \text{donde } \sigma \text{ es} (+\sigma_1 - \sigma; 0,5) \tag{5}$$

$$E(\sigma) = E(\xi) = E(\sigma \xi) = 0$$

donde:

Q = stock de trigo producido
Q_1 = stock de trigo vendido en el periodo 1

Q_2 = stock de trigo vendido en el periodo 2
I_1 = stock de trigo comprado por los especuladores en 1
I_2 = stock de trigo comprado por los especuladores en 2
P_1 = precio del trigo en el periodo 1
P_2 = precio del trigo en el periodo 2
P_3 = precio del trigo en el periodo 3
w = perturbación estocástica que afecta la demanda del periodo 3
σ = variable aleatoria correlacionada con w y observable previamente al periodo 1 con un coste.

Supondremos que hay dos tipos de especuladores, los informados (I), que han observado el valor de σ previamente a la apertura del primer mercado, y los no informados (N), que no lo han hecho pero pueden deducir de P_1 el comportamiento del grupo I. El coste de observar σ es d.

No se supone que haya tanteo walrasiano en estos mercados. Esto significa que nadie puede inferir información útil para su comportamiento en un mercado a partir de la observación del precio de ese mercado, puesto que las ofertas comprometen y los precios sólo aparecen en transacciones cerradas.

Los agentes informados compran en el mercado I por definición. Los agentes no informado tienen que decidir si compran antes de deducir nada sobre la información que los otros poseen (en un hipotético mercado 0) o después de observar P_1, el precio al cual los agentes informados han comprado (mercado 2).

La diferencia crucial con el modelo convencional es que los agentes N no pueden "seguir" a los agentes I simplemente observando el precio de equilibrio P_1. Y esto simplemente porque una vez que P_1 se ha formado entramos en el periodo 2. Si los agentes N decidieran entrar en el mercado 1 se verían forzados a hacer ofertas sin la información suministrada por P_1, y como no se supone la existencia de un subastador walrasiano estas ofertas serían comprometedoras para los agentes N. Hemos denominado esta situación como "periodo O". Más tarde se demuestra que esta posibilidad no es óptima dados los supuestos del modelo.

Un problema diferente es cómo se forma P_1 en ausencia de un subastador walrasiano. Lo más probable es que el precio no sea único y P_1 tiene que ser considerado como alguna media (de acuerdo con Arrow 1959). Sin embargo, la cuestión es que los agentes informados tienen la oportunidad de efectuar transacciones antes de que los agentes N averigüen nada sobre la información que ellos poseen.

Para resolver el modelo tenemos que simplificar considerablemente los supuestos del modelo en lo que respecta al comportamiento especulativo; más tarde consideraremos la posibilidad de relajar estos supuestos. Supondremos que existe una capacidad de almacenaje máximo fija, K; que el coste de usarla es nulo y que el comportamiento óptimo de los especuladores es comprar una unidad del bien cuando $\sigma = +\sigma$, y no comprar nada cuando $\sigma = -\sigma$. Este último supuesto implica simplemente algunas restricciones sobre los supuestos del modelo.

Una determinada proporción λ de especuladores pertenece al grupo I, y el resto, $1-\lambda$, al N. La variable λ es endógena. Ambos grupos tienen disponible respectivamente λK y $(1-\lambda)K$ en capacidad de almacenaje.

Es trivial que el modelo sólo tiene sentido si $E(P_1/+\sigma) < E(P_2/+\sigma)$, y por tanto los especuladores informados pueden hacer uso de su información sobre σ para comprar en el mercado 1 cuando $\sigma = +\sigma$ en vez de hacerlo en el mercado 2, como hacen los N. Aplicando esta observación obtenemos:

$$\text{cuando } \sigma = +\sigma \qquad \begin{aligned} I_1 &= I^I = \lambda K \\ I_2 &= I^N = (1-\lambda)K \end{aligned} \tag{6}$$

$$\text{cuando } \sigma = -\sigma \qquad I_1 = I_2 = 0 \tag{7}$$

donde I^I = stock de trigo comprado por los agentes I
I^N = stock de trigo comprado por los agentes N

Por otro lado, los productores tienen que decidir la proporción que es vendida en el mercado 1. Para simplificar el modelo supondremos que los productores tienen que tomar esta decisión antes de que el mercado abra, esto es, independientemente de P_1. Esta división del stock entre "hoy" y "mañana" ejemplifica cualquier división temporal o geográfica no reversible sin costes. Supondremos que los productores tratan de maximizar su ingreso esperado:

$$\max_{Q_1} E(P_1 Q_1 + P_2 (Q-Q_1))$$

lo que da

$$E(P_1) = E(P_2) \tag{8}$$

Probaremos en primer lugar que existe una proporción de equilibrio entre agentes I y agentes N (λ) tal que el beneficio esperado por unidad de almacenaje es igual para ambos tipos de agentes.

Resolvemos el modelo sustituyendo (6) y (7):

$\sigma = +\sigma$
$$Q_1 - \lambda K = h_3 + h_4 P_1^+ \quad (9a)$$
$$Q - Q_1 - (1-\lambda) K = h_3 + h_4 P_2^+ \quad (9b)$$

$\sigma = -\sigma$
$$Q_1 = h_3 + h_4 P_1^- \quad (10a)$$
$$Q - Q_1 = h_3 + h_4 P_2^- \quad (10b)$$

a partir de (8)

$$P_1^+ + P_1^- = P_2^+ + P_2^- \quad (11)$$

donde P_1^+, P_1^-, P_2^+, P_2^- significan respectivamente el valor de P_1 y P_2 cuando $\sigma = +\sigma$ y cuando $\sigma = -\sigma$. Como P_1 y P_2 no son variables afectadas por componentes estocásticos: $E(P_i/+\sigma) = P_i^+$; $E(P_i/-\sigma) = P_i^-$.

El resultado es:

$$P_1^+ = (2Q - 4h_3 - K - 2\lambda K)\ (4h_4)^{-1} \quad (12)$$
$$P_2^+ = (2Q - 4h_3 - 3K + 2\lambda K)\ (4h_4)^{-1} \quad (13)$$
$$P_2^- = (2Q - 4h_3 - K + 2\lambda K)\ (4h_4)^{-1} \quad (14)$$

siendo innecesario el cálculo de P_1^-.

La condición de equilibrio antes expresada es:

$$E(\pi^I) - d = E(\pi^N) \quad (15)$$

o igualdad del beneficio neto esperado por unidad especulada en condiciones de información y de no información (siendo d el coste de observar σ).

$$E(\pi^I) = 0{,}5\ [E(P_3/+\sigma) - P_1^+] \quad (16)$$
$$E(\pi^N) = 0{,}5\ [E(P_3/+\sigma) - P_2^+] \quad (17)$$

porque los agentes I sólo compran en el mercado 1 y los agentes N en el mercado 2, y ambos sólo lo hacen cuando $\sigma = +\sigma$ (situación cuya probabilidad es 0,5). Sustituyendo (16) y (17) en (15):

$$-P_1^+ - 2d = -P_2^+$$

y sustituyendo (12) y (13)

$$2K - 4\lambda K + 8dh_4 = 0$$

cuya solución es

$$\lambda = 0{,}5 + 2dh_4 K^{-1}$$

o sea

$$\lambda \leqslant 0{,}5; \; \lambda = \lambda(\underset{-}{d}, \underset{+}{K}, \underset{+}{h_4})$$

El primer signo es claro: cuanto mayor el coste de obtener información, menor la proporción de agentes I en el equilibrio. El signo de K es difícil de justificar. La ventaja de especular en el primer mercado proviene del hecho que en este mercado la presión de la demanda especulativa es menor que en el segundo. Si la especulación total (K) es pequeña comparada con el consumo directo (Q–K) la división del stock será aproximadamente en partes iguales, pero a medida que K crece la proporción de stock va al segundo mercado crece para satisfacer la posible demanda de los N (de hecho, a partir de 10a y de 14 se puede obtener $Q_1 = f(K)$ si $\lambda \leqslant 0{,}5$). Pero como Q_1 no crece proporcionalmente a K resulta más rentable actuar en el primer mercado que en el segundo cuando K crece. Por último, el signo de la derivada parcial con respecto a h_4 expresa que cuanto más inelástica sea la demanda de Q (h_4 mayor significa menor en términos absolutos) mayor es la proporción de Q que va al segundo mercado (donde los productores obtienen mayor beneficio cuando $\sigma = +\sigma$):

Es importante notar que P_1 revela la información de los I, puesto que

$$E(\sigma/P_1 = P_1^+) = \sigma \quad ; \quad E(\sigma/P_1 = P_1^-) = -\sigma$$

Una vez definido el equilibrio notemos la existencia de una externalidad a la información. Para hacerlo mostraremos que los beneficios que los N obtienen son mayores que los que obtendrían si hubieran comprado antes que los I (previamente a la deducción de σ) en el hipotético mercado 0. Para empezar notemos que la existencia del modelo requiere que

$$E(P_3/-\sigma) < P_2^-$$

porque en otro caso sería provechoso comprar cuando $\sigma = -\sigma$

El beneficio de comprar en el mercado 0 sería:

$$0{,}5\ [\ E(P_3/+\sigma) - P_1^+\ ] + 0{,}5\ [\ E(P_3/-\sigma) - P_1^-\ ]$$

que hay que comparar con

$$E(\pi^N) = 0{,}5\ [\ E(P_3/\sigma) - P_2^+\ ]$$

resultando

$$-P_2^+ \overset{?}{>} -P_1^+ + E(P_3/-\sigma) - P_1^-$$

Sumando P_1^+ a ambos lados

$$P_1^+ - P_2^+ \overset{?}{>} E(P_3/-\sigma) - P_1^-$$

Utilizando (16)

$$E(P_3/-\sigma) - P_1^- < P_2^- - P_1^-$$

Pero de (8) tenemos que

$$P_1^+ - P_2^+ = P_2^- - P_1^-$$

y por tanto la desigualdad tiene el signo correcto.

Para acabar, notemos que la serie del precio tenderá a presentar correlación serial:

$$\operatorname{cov}(P_1, P_2) = E\ [P_1 - E(P_1)]\ [P_2 - E(P_2)] =$$

$$= 0{,}5\,(P_1^+ - P)(P_2^+ - P) + 0{,}5\,(P_1^- - P)(P_2^- - P)$$

donde $P = E(P_1) = E(P_2)$. Es obvio que $(P_1^+ - P) = -(P_1^- - P)$ y que la misma igualdad se da para P_2. Por tanto:

$$\operatorname{cov}(P_1, P_2) = (P_1^+ - P)(P_2^+ - P) > 0$$

III. Relajacion de los supuestos

El modelo presentado no dice nada sobre aversión al riesgo con excepción de la necesidad de la observación que precede a (6) y (7), puesto que la especulación está limitada por la capacidad de almacenamiento. Por otro lado, σ podría tener cualquier otra distribución. Está claro, sin embargo, que resultados similares a los obtenidos resultarían de suponer que el comportamiento especulativo está limitado por la aversión al riesgo o por costes crecientes de almacenamiento y de una distribución más general de σ, mientras la función de inversión de los I fuera invertible en σ. La solución matemática del modelo resultaría, sin embargo, muy complicada por estos cambios.

Otra simplificación del modelo es la necesidad impuesta sobre los productores de dividir su stock independientemente de P_1. Para justificarlo se ha supuesto algún tipo de costes. Si esto no fuera así, los productores también podrían aprender observando P_1 y dividir el stock de tal manera que $P_1 = P_2$. Se necesitaría una estructura más complicada para poder eliminar el supuesto manteniendo los resultados. La cuestión es que los productores deben esperar para aprender. Esto sucedería con una distribución más complicada de σ, y por tanto de P_1 y de P_2. Dado que en ausencia de un subastador walrasiano estos precios no son únicos resultaría que los productores deberían decidir si venden "al principio" (periodo 1) o esperar hasta tener una idea de cuál es el precio de equilibrio (período 2). Debe resaltarse que no se necesita ninguna fuente de ruido para obtener este resultado.

IV. Conclusiones

Hay dos maneras de entender el resultado de Lucas de que los precios revelan al menos parte de la información que tienen los agentes. La convencional acepta esta transmisión de una manera inmediata y gratis. Para hacerlo es necesario suponer la existencia de un proceso gratuito de tanteo. Este supuesto tiene unas cuantas consecuencias, siendo la más importante la ausencia de incentivos para captar información costosa. El modelo alternativo, aquí presentado, enfatiza que los precios sólo se presentan en transacciones, y, por tanto, que la información por ellos transmitida es siempre costosa, porque implica o bien la participación en una transacción previamente a la adquisición de la información o bien la pérdida de la oportunidad de hacerlo.

El primer resultado del modelo es por tanto que incluso si a) los agentes forman sus expectativas "racionalmente", b) conocen la distribución condicional de los precios futuros y de los presentes, y c) el modelo es tal que los precios revelan la información, ésta no es distribuida sin costes a todos los observadores. Por tanto el mercado puede encontrar un equilibrio (un valor de λ) de agentes informados.

Un segundo resultado es que con expectativas racionales la dinámica del desequilibrio transmite la información de unos agentes a los demás, y que esta información todavía es valiosa: en este sentido tiene una externalidad. Sin embargo, la transmisión no es instantánea, y la percepción no es gratuita: para llevarla a cabo, en el modelo, es preciso perder la oportunidad de tomar parte en transacciones ventajosas. El modelo convencional, debido al hecho de tener un subastador, exagera la capacidad transmisora de los precios, y es esta exageración exclusivamente lo que causa la inexistencia del equilibrio.

El tercer resultado es el señalado al finalizar la solución del modelo: la serie del precio tenderá a presentar correlación serial a medida que la información se dispersa. Este resultado es relevante en la discusión sobre la eficiencia del mercado, donde la prueba "débil" (Fama 1970) es precisamente la ausencia de correlación serial. La teoría subyacente a la prueba es correcta: si existiera un proceso de formación de precios con correlación serial el conocimiento del proceso sería usado para hacerla desaparecer. Esto es, en aquellos modelos el proceso es lo que suministra información relevante, mientras que en el nuestro la correlación serial entre P_1 y P_2 es la consecuencia de una dispersión ocasional de información. Si la correlación serial fuera sistemática sería usada y desaparecería. Notemos, para finalizar, que en nuestro modelo de correlación serial es consecuencia de la restricción impuesta sobre el arbitrage que los I pueden hacer (λ K); el mismo resultado se seguiría de una función de costes de almacenamiento no lineal o de suponer aversión al riesgo. Esta es la razón por la cual el resultado es generalizable.

REFERENCES

ARROW, K.: (1959) Towards a Theory of Price Adjustment, in *The Allocation of Economic Resources,* M. Abramovitz et al., Stanford University Press.

FAMA, E.: (1970) Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance.*

GREEN, J.: (1973) Information, Efficiency and Equilibrium (not pub.)

GROSSMAN, S.: (1976) On the Existence of Competitive Stock Markets Where Traders Have Diverse Information, *J. of Finance*

– (1977) The Existence of Futures Markets, Noisy Rational Expectations and Informational Externalities, *Review of Economic Studies.*

– (1979) Rational Expetations and the Allocation of Resources under Assymmmetric Information: A Survey (not pub.)

– (1981) An Introduction to the Theory of Rational Expectations under Assymmetric Information, *Review of Economic Studies.*

GROSSMAN, S. and J.E. STIGLITZ: (1976) Information and Competitive Price Systems, *American Economic Review.*

– (1980) On the Impossibility of Informational y Efficient Markets, *American Economic Review.*

LUCAS, R.: (1972) Expectations and the Neutrality of Money, *Journal of Economic Theory.*

MUTH, J.: (1961) Rational Expectations and the Theory of Price Movements, *Econometrica.*